

## I. متجهات المستوى: (تذكير)

### 1- عناصر متجهة:

$A$  و  $B$  نقطتان مختلفتان. إذا رمزنا لمتجهة  $\overrightarrow{AB}$  بالرمز  $\vec{u}$  فان:

1. اتجاه  $\vec{u}$  هو المستقيم  $(AB)$ .

2. منحنى  $\vec{u}$  هو المنحنى من  $A$  إلى  $B$ .

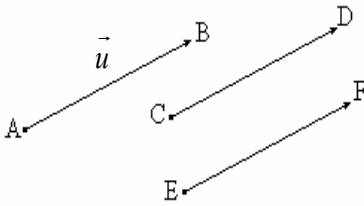
3. منظم  $\vec{u}$  هو المسافة  $AB$ , و نكتب:  $\|\vec{u}\| = AB$

حالة خاصة: المتجهة  $\overrightarrow{AA}$  ليس لها اتجاه و منظمها منعدم, و تسمى المتجهة المنعدم, و تكتب  $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ .

خاصية:  $\vec{u}$  متجهة و  $A$  نقطة من المستوى, توجد نقطة وحيدة  $M$  بحيث  $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$ .

\*\* تمرين تطبيقي : (01 - س)

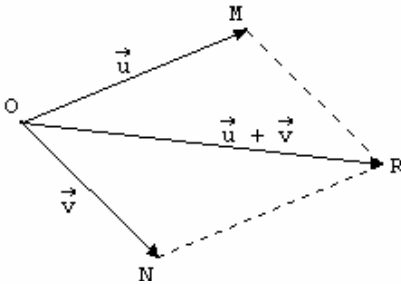
### 2- تساوي متجهتين:



تعريف: نقول إن متجهتين متساويتين إذا كان لهما نفس الاتجاه و نفس المنحنى و نفس المنظم.

خاصية: ليكن  $ABCD$  رباعيا.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  تكافئ  $ABCD$  متوازي أضلاع.

3- مجموع متجهتين: علاقة شال:  $A$  و  $B$  نقطتان من المستوى, لكل نقطة  $C$  من المستوى, لدينا:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ .



مثال:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

### 4- قاعدة متوازي الأضلاع لإنشاء مجموع متجهتين:

$O$  و  $A$  و  $B$  ثلاث نقط غير مستقيمة.

مجموع المتجهتين  $\overrightarrow{OA}$  و  $\overrightarrow{OB}$  هو المتجهة  $\overrightarrow{OC}$  بحيث يكون الرباعي  $OACB$  متوازي الأضلاع.

### مقابل متجهة:

خاصية: لتكن  $\vec{u}$  متجهة غير منعدمة.

مقابلة المتجهة  $\vec{u}$  هي المتجهة التي لها نفس الاتجاه و نفس المنظم و منحناها عكس منحنى المتجهة  $\vec{u}$ , و يرمز لها بالرمز  $-\vec{u}$ .

$$-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$$

\*\* تمرين تطبيقي : (03 - س)

\*\* تمرين تطبيقي : (05 - س)

## II. ضرب متجهة في عدد حقيقي:

تعريف:  $\vec{u}$  متجهة غير منعدمة و  $k$  عددا حقيقيا غير منعدم. ضرب المتجهة  $\vec{u}$  في العدد الحقيقي  $k$  هي المتجهة التي نرمز لها

بالرمز  $\vec{u} \cdot k$  أو  $k \cdot \vec{u}$  و المعرفة كما يلي:

لها نفس اتجاه المتجهة  $\vec{u}$ .

لها نفس منحنى المتجهة  $\vec{u}$  في حالة:  $k > 0$  و لها منحنى معاكس للمتجهة  $\vec{u}$  في حالة:  $k < 0$ .

منظمها يساوي  $\|k \cdot \vec{u}\|$ .

مثال:  $A$  و  $B$  نقطتان من المستوى بحيث:  $AB = 1cm$  أرسم النقطتين  $C$  و  $D$  بحيث:  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$  و  $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$

**خاصيات:** لكل متجهتين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  و لكل عددين حقيقيين  $k$  و  $k'$  لدينا:

$$1 \cdot \vec{u} = \vec{u} \quad \text{و} \quad k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v} \quad \text{و} \quad k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u} \quad \text{و} \quad (k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$$

$$\vec{u} = \vec{0} \text{ أو } k = 0 \text{ تكافئ } k\vec{u} = \vec{0}$$

$$k \cdot \vec{0} = \vec{0} \text{ و } 0 \cdot \vec{u} = \vec{0}$$

**أمثلة:**  $5\vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AB} = \left(5 - \frac{3}{2}\right)\vec{AB} = \frac{7}{2}\vec{AB}$   $2\left(\frac{3}{2}\vec{AB}\right) = \left(2 \times \frac{3}{2}\right)\vec{AB} = 3\vec{AB}$

$2\vec{AB} + 2\vec{BC} = 2(\vec{AB} + \vec{BC}) = 2\vec{AC}$   $2\vec{AB} = \vec{0}$  تكافئ أن  $\vec{AB} = \vec{0}$  أي أن:  $A = B$

**\*\* تمرين تطبيقي : (08 - س)**

**استقامية متجهتين-استقامية ثلاث نقط:**

**تعريف:** لنكن  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  متجهتين غير منعدمتين.  
 $\vec{v} = k\vec{u}$  و  $\vec{u}$  مستقيمتان إذا وجد عدد حقيقي  $k$  غير منعدم حيث:  
 المتجهة المنعدمة مستقيمة مع جميع المتجهات.

**خاصية:**  
 لنكن  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  أربع نقط حيث  $A \neq B$  و  $C \neq D$ .  
 $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$  مستقيمتان إذا و فقط إذا كان  $(AB)$  و  $(CD)$  متوازيين.

**خاصية:** تكون النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  مستقيمة إذا و فقط إذا كانت  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  مستقيمتين.

**مثال:** في كل شبه منحرف  $ABCD$  قاعدته  $[AB]$  و  $[CD]$ .

لدينا المتجهتان  $\vec{AB}$  و  $\vec{CD}$  مستقيمتان.

**\*\* تمرين تطبيقي : (09 - س)**

**\*\* تمرين تطبيقي : (12 - س)**

**III. منتصف قطعة:**

**تعريف:**  $I$  منتصف  $[AB]$  إذا و فقط إذا كان  $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

**خاصية:**  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$  إذا و فقط إذا كانت  $I$  تحقق إحدى المتساويتين: (1)  $\vec{AI} = \vec{IB}$  أو (2)  $\vec{AB} = 2\vec{AI}$

**برهان:**

**خاصية:** (الخاصية المميزة لمنتصف قطعة)

لنكن  $[AB]$  قطعة منتصفها  $I$ .

لكل نقطة  $M$  من المستوى لدينا:  $2\vec{MI} = \vec{MA} + \vec{MB}$

**برهان:**

**\*\* تمرين تطبيقي : (14 - س)**

**خاصية:** (خاصية منتصف ضلعي مثلث)

لكن  $ABC$  مثلثا. إذا كان  $I$  منتصف القطعة  $[AB]$  و  $J$  منتصف القطعة  $[AC]$  فان:  $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$

**برهان:**

**\*\* تمرين تطبيقي : (13 - س)**